

Exercices chapitre 8 :circuit RLC série

Exercice 1 Equation différentielle en courant ; conditions initiales ; constance de l'énergie totale.

On considère le circuit idéal (L, C) ci-contre.

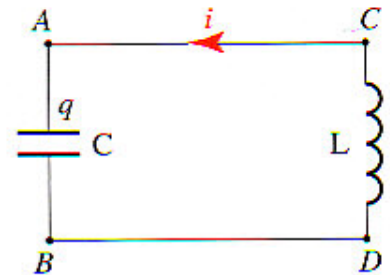
Le condensateur de capacité $330 \mu\text{F}$ est chargé depuis longtemps sous une tension $E = 6,0 \text{ V}$.

A la date $t = 0 \text{ s}$, on le décharge dans la bobine idéale d'inductance $L = 7,2 \text{ mH}$ et l'on suppose que le courant a une intensité nulle à la date $t = 0 \text{ s}$.

1. Reproduire le schéma et flécher les tensions u_C et u_L en convention récepteur.

2. Etablir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité algébrique $i(t)$ du courant.

3. **Solution de l'équation différentielle ; courbes $u_C(t)$ et $i(t)$.**



On propose comme solution de l'équation différentielle : $i(t) = I_m \cos\left(\frac{2\pi t}{T_0} + \phi_0\right)$ où I_m est une constante positive.

3.1. Que représente la constante T_0 pour la fonction $i(t)$ proposée ? Justifier.

3.2. Etablir l'expression de T_0 en fonction de L et de C en utilisant l'équation différentielle établie en 2 et en déduire sa valeur numérique. Comment appelle-t-on T_0 ?

3.3. Exprimer $u_C(t)$ en fonction de L, I_m, T_0 et t .

3.4. En exprimant les conditions initiales, écrire deux relations littérales entre les constantes I_m et ϕ_0 .

3.5. Déduire du système précédent, la valeur de ϕ_0 ainsi que l'expression littérale de I_m en fonction de E, L et C .

3.6. En déduire les expressions de $i(t)$ en fonction de E, L et C, T_0 et t , puis de $u_C(t)$ en fonction de E, T_0 et t .

3.7. Calculer les valeurs maximales U_m et I_m respectivement de $u_C(t)$ et $i(t)$. Comment appelle-t-on U_m et I_m ?

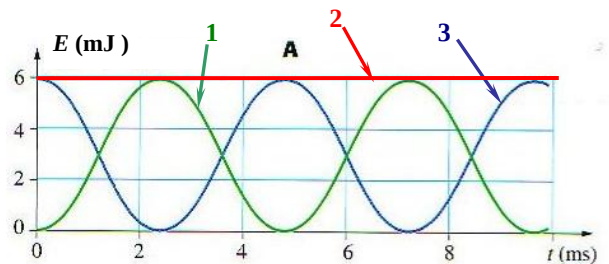
3.8. Construire sur un même graphique, sans souci d'échelle, les courbes $u_C(t)$ et $i(t)$ en faisant apparaître la période T_0 .

4. Etude énergétique

4.1. Donner les expressions de E_c, E_b et E_{tot} , respectivement énergie du condensateur, de la bobine et énergie totale du circuit (L, C), en fonction de $L, C, u_C(t)$ et $i(t)$.

4.2. En déduire les expressions littérales de $E_c(t), E_b(t)$ et E_{tot} , en fonction de C, E, T_0 et t . Que pensez-vous de E_{tot} ? Etait-ce prévisible ? Calculer E_{tot} en mJ.

4.3. Montrer que les fonctions $E_c(t), E_b(t)$ ont comme période $T_0/2$.



4.4. On propose ci-contre trois courbes 1, 2 et 3, susceptibles de représenter les variations temporelles des énergies citées plus haut. Associer à chacune de courbes l'énergie qui convient. Justifier qualitativement.

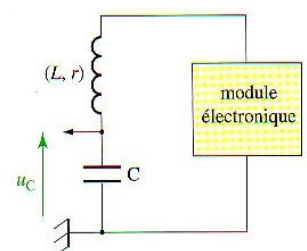
4.5. Commenter les variations des diverses énergies identifiées. Conclure.

4.6. L'étude énergétique théorique développée aux questions 4.1, 4.2 et 4.3, est-elle cohérente avec les courbes proposées ?

Exercice 2 Etablir l'expression d'une tension en fonction du temps

On se propose de réaliser l'acquisition de la tension u_C aux bornes du condensateur d'un dipôle (r, L, C) relié à un module électronique permettant d'éviter l'amortissement des oscillations (cf schéma ci-contre) et réglé à la limite de l'accrochage des oscillations. La capacité du condensateur vaut $C = 0,5 \mu\text{F}$.

Quel rôle remplit le module électronique d'un point de vue énergétique ?



A. Première partie

Un élève réalise l'acquisition ci-contre.

1. Déterminer la période T_o des oscillations de la tension u_C ainsi que son amplitude U_m .
2. En supposant que la période T_o mesurée est égale quasiment à la période propre des oscillations idéales d'un dipôle (L, C), déterminer l'inductance L de la bobine.
3. Quelle est la valeur de la tension u_C à la date $t = 0$ s ?
4. L'expression de la tension u_C en fonction du temps est :

$$u_C(t) = U_m \sin \left(\frac{2\pi t}{T_o} + \phi_0 \right)$$

- 4.1. En s'aidant de la courbe expérimentale ci-contre, déterminer, en justifiant la valeur de ϕ .
- 4.2. Ecrire alors l'expression numérique de la fonction $u_C(t)$ dans le système international d'unités.

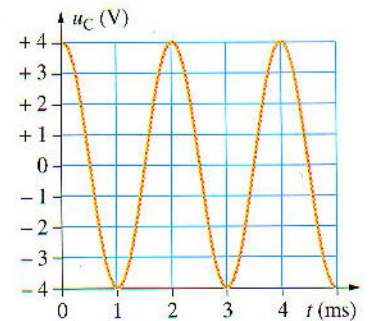
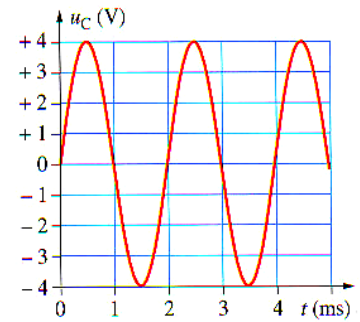
B. Deuxième partie

A partir du même montage, un autre élève réalise une deuxième acquisition et obtient la courbe ci-contre.

1. Quelle est la nouvelle valeur de la tension u_C à la date $t = 0$ s ?
2. On propose comme nouvelle expression de la tension $u_C(t)$:

$$u_C(t) = U'_m \sin \left(\frac{2\pi t}{T'_o} + \phi'_0 \right)$$

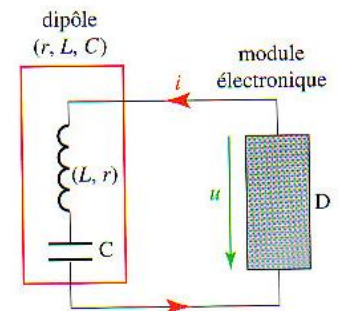
3. Déterminer à l'aide du graphe les valeurs des constantes U'_m , T'_o et ϕ'_0 .
4. Ecrire la nouvelle expression numérique de $u_C(t)$.



Exercice 3 Déterminer l'expression de la charge d'un condensateur

Le montage schématisé ci-contre permet d'obtenir des oscillations non amorties aux bornes du condensateur d'un circuit (r, L, C). La tension aux bornes du module électronique D est $u = -r.i$.

1. Faire un schéma équivalent du montage en utilisant une bobine idéale d'inductance L .
2. En utilisant la loi des mailles, montrer que le circuit peut se réduire à un circuit très simple que l'on schématisera.
3. On appelle $q(t)$ la charge, à l'instant de date t , de l'armature du condensateur rencontrée par la flèche orientant le circuit. Etablir l'équation différentielle vérifiée par la fonction $q(t)$.



4. Traduire que la fonction $q(t) = Q_m \cos \left(\frac{2\pi t}{T_o} + \phi_0 \right)$ est une solution de

l'équation différentielle et déterminer l'expression de T_o .

5. A $t=0$ s, le condensateur porte une charge négative $-q_o$, maximale en valeur absolue. Déterminer alors les constantes Q_m et ϕ .

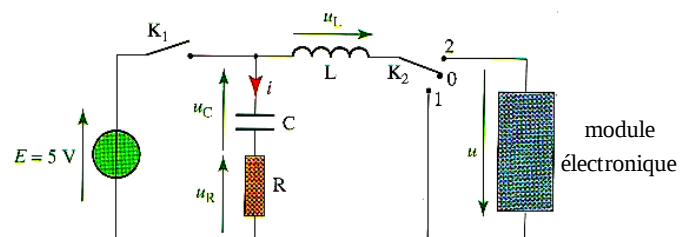
Exercice 4 Utiliser un dispositif d'entretien des oscillations

On réalise le montage schématisé ci-contre.

1. le commutateur est en position 0 : n ferme l'interrupteur K_1 .

Le graphique A ci-après représente la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps.

- 1.1. Déterminer graphiquement de deux façons, la constante de temps du dipôle (R, C).
- 1.2. Sachant que la résistance du conducteur ohmique est $R = 200 \Omega$, en déduire la capacité du condensateur.



2. L'interrupteur K_1 est maintenant ouvert.

Le commutateur K_2 est placé en position 1.

2.1. le graphique **B** représente l'évolution de la tension u_C aux bornes du condensateur.

La tension $u_C(0)$ figurant sur le graphique B est-elle en accord avec les informations données par le graphique A ? Quelle propriété de u_C est ainsi traduite ?

2.2. Quel est le composant responsable de l'amortissement des oscillations, la résistance de la bobine étant négligeable.

2.3. Déterminer graphiquement la pseudo-période T .

2.4. La valeur de T est pratiquement égale à la période propre d'un circuit (L, C) .

Déterminer la valeur de l'inductance L de la bobine.

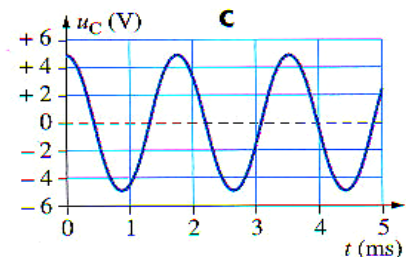
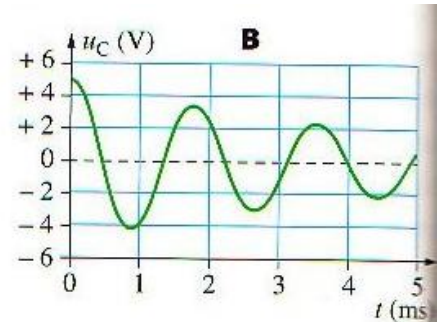
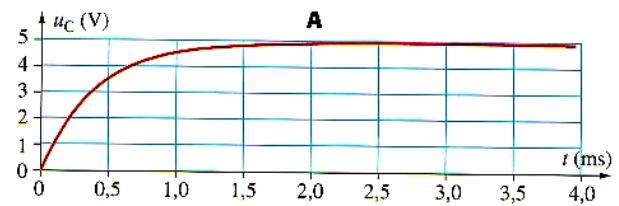
3. On place le commutateur K_2 en position 2.

On ferme l'interrupteur K_1 pour charger de nouveau le condensateur.

Le condensateur, chargé, l'interrupteur K_1 est ouvert et le commutateur K_2 est placé en position 2 à un instant choisi comme nouvelle origine des dates.

3.1. Ecrire une relation entre les tensions u_C, u_L, u_R et u . On souhaite que les oscillations de la tensions u_C soient non amorties. En déduire la valeur de la tension imposée par le module électronique pour qu'il en soit ainsi.

3.2. Le graphique **C** correspondant à l'évolution de la tension u_C est-il correct. Justifier la réponse.



Exercice 5 Le dipôle (R, L, C)

On considère le circuit électrique comportant un générateur de tension continue de f.é.m $E = 6$ V, un condensateur de capacité C , une bobine d'inductance L et de résistance négligeable, deux conducteurs ohmiques de résistance R et deux interrupteurs K et K' (voir figure 1).

On utilise un dispositif informatisé d'acquisition de données qui permet de visualiser sur la voie 1 la tension u_1 aux bornes du condensateur en fonction du temps.

A – Première expérience

Dans cette expérience, on ferme K (en maintenant K' ouvert). Le dipôle (R, C) est alors soumis à un échelon de tension de valeur E .

1. Quel est le nom du phénomène observé sur la voie 1 à la fermeture de K ?
2. Reproduire sur la copie la partie de circuit concernée et indiquer sur ce schéma, juste après la fermeture de l'interrupteur K , le sens du courant, le signe des charges de chacune des armatures du condensateur.

Indiquer la flèche-tension u_1 aux bornes du condensateur.

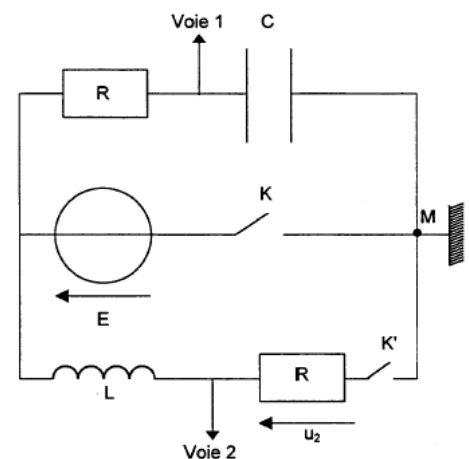


Figure 1

3. Sur la voie 1, on obtient la courbe de la figure 2 ci-contre.

Déterminer graphiquement, la constante de temps τ du dipôle (R, C) en expliquant la méthode utilisée. Sachant que $R = 20 \Omega$, en déduire la valeur de la capacité C .

4. L'étude théorique du dipôle (R, C) conduit à l'équation différentielle

$$\tau \frac{du_1}{dt} + u_1 = E.$$

a. Retrouver cette équation différentielle en appliquant la loi d'additivité des tensions

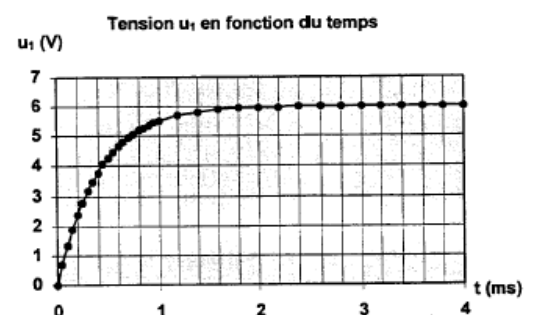


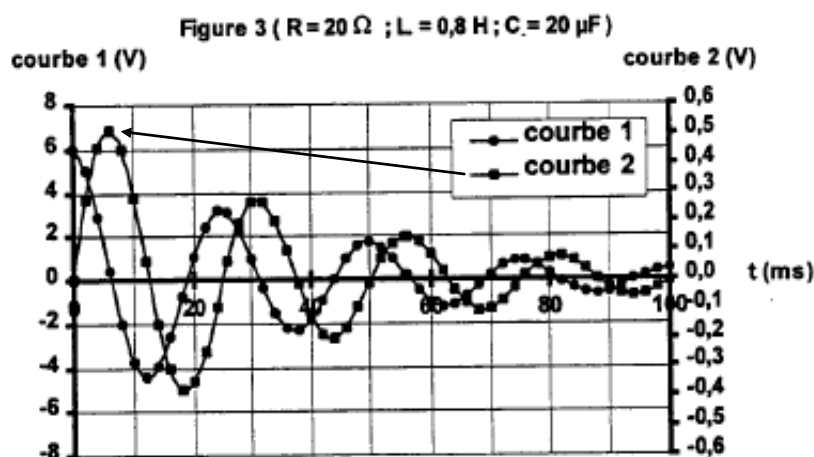
Figure 2

b. Compte tenu des conditions initiales, la solution de cette équation est de la forme

$$u_1 = E \cdot \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right]. \text{ Calculer la valeur de } u_1 \text{ pour } t = 5\tau. \text{ Conclure.}$$

B. Deuxième expérience

Une fois la première expérience réalisée, on ouvre K puis on ferme K' . Le circuit est alors le siège d'oscillations électriques. On utilise le même dispositif informatisé d'acquisition de données pour visualiser, sur la voie 1, la tension u_1 aux bornes du condensateur et sur la voie 2, la tension u_2 aux bornes du conducteur ohmique R . L'acquisition est synchronisée avec la fermeture de l'interrupteur. On obtient les courbes de la figure 3 :



1. Attribuer à chaque courbe de la figure 3 la tension correspondante en justifiant brièvement pour une courbe seulement.
2. Mesurer la pseudo-période T des oscillations. Calculer la période propre T_0 correspondant au cas où les résistances R sont négligeables. Conclure.
3. **Influence des paramètres**

On réalise à présent la deuxième expérience en modifiant un seul des paramètres L ou C . Deux cas sont proposés. Dans l'un, on a diminué la valeur de L , dans l'autre, on a augmenté la valeur de C . On obtient les figures 4 et 5.

Figure 4

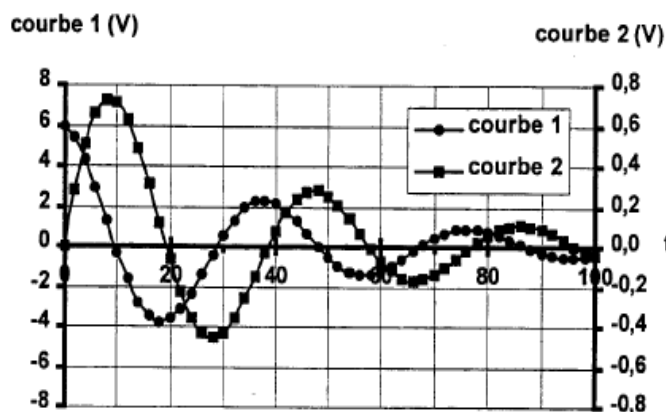
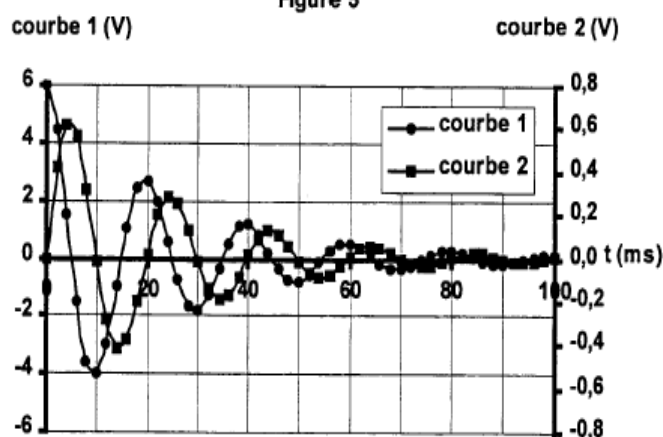


Figure 5



Attribuer à chaque cas proposé la figure qui lui correspond. Justifier.