

## Introduction

**Dipôle RL** : association série d'un conducteur ohmique de résistance  $R$  et d'une bobine d'inductance  $L$  et de résistance interne  $r$

### I - Bobine

#### 1 - Définition



➤ Une bobine est constituée par un enroulement cylindrique d'un fil de conducteur, enroulé un grand nombre de spire recouvert d'une couche isolante (gaine ou vernie)

☛ Représentation symbolique :



$L$  : inductance, exprimée en henry (H)

$r$  : résistance interne, exprimée en ohm ( $\Omega$ )

L'inductance  $L$  d'une bobine est mesurée par un appareil de mesure appelé « l'inductance ».

#### 2 - Tension aux bornes de la bobine

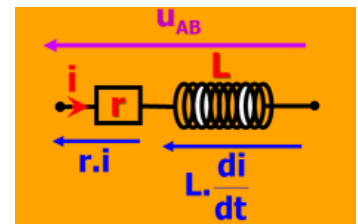
✓ La tension aux bornes d'une bobine :

$$u_L(t) = r \cdot i + L \times \frac{di}{dt}$$



➤ Avec

$r$  = résistance interne ( $\Omega$ )  
 $L$  = inductance de la bobine (H – Henry)  
 $i$  = intensité du courant (A)  
 $U_L$  = tension aux bornes de la bobine (V)



### Cas particuliers

➡ Pour le courant continu

$$I = C^{te} \text{ et } \frac{di}{dt} = 0 \text{ donc } U_L = r \cdot i$$

➤ En courant continu la bobine se comporte comme un conducteur ohmique

➡ Résistance interne négligeable  $r = 0$

$$U_L = r \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt} = L \cdot \frac{di}{dt}$$

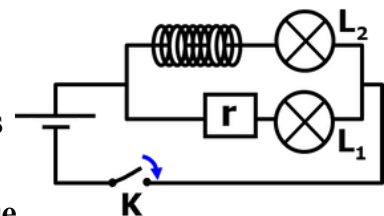
### 3 - Influence d'une bobine dans un circuit électrique

On réalise le circuit suivant

On constate que :

➤ La lampe  $L_2$  brille après la lampe  $L_1$  avec un retard de quelques secondes à la fermeture et à l'ouverture de l'interrupteur.

➤ En régime permanent les deux lampes brillent de façon identique.



☛ Une bobine permet de retarder l'établissement ou la rupture (annulation) du courant et ceci est dû au produit

$$L \times \frac{di}{dt}$$

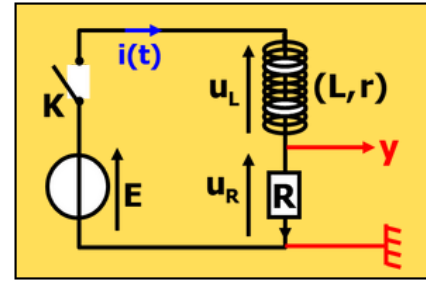
## II - Réponse d'un dipôle RL à un échelon de tension:

➤ On considère le montage suivant :

Un dipôle RL de résistance R et d'une bobine d'inductance L

### Rôle de la diode en parallèle avec une bobine

- Ne laisse passer le courant que dans un seul sens
- Protège les composants du circuit autour de la bobine
- Évite l'apparition des étincelles dues aux surtensions aux bornes de la bobine



### 1 - Équation différentielle vérifiée par l'intensité i du courant

➤ On ferme l'interrupteur à l'instant  $t = 0$ . la tension aux borne du dipôle RL varie de la valeur 0 à la valeur E (échelon de tension montant)

D'après la loi d'additivité des tension , on peut écrire  $U_R + U_L = E$

Avec  $U_R = R \cdot i$  et  $i = \frac{U_R}{R}$  et  $U_L = r \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt}$

**PROF  
ELZAAR**

➡ On aboutit à l'équation différentielle vérifié par une variable donnée

$$\left( L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i \right) + R \cdot i = E \Rightarrow L \cdot \frac{di}{dt} + (r + R) \cdot i = E \quad \text{D'où} \quad i + \frac{L}{(R+r)} \cdot \frac{di}{dt} = \frac{E}{(R+r)}$$

On pose  $R_{TOT} = R + r$  et  $\tau = \frac{L}{R_{TOT}}$

➡ on obtient l'équation différentielle suivante

$$\tau \cdot \frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R_{TOT}}$$



### 2 - solution de l'équation différentielle

➤ La solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme suivante :  $i(t) = Ae^{-\alpha t} + B$

➡ tel que A, B et  $\alpha$  des constantes que on peut les déterminer

#### ✚ détermination de B et $\alpha$

➤ On remplace la solution  $i(t)$  et sa dérivée dans l'équation différentielle

$$-\tau \cdot \alpha A e^{-\alpha t} + A e^{-\alpha t} + B = \frac{E}{R_{TOT}} \Rightarrow A e^{-\alpha t} (-\tau \alpha + 1) + B = \frac{E}{R_{TOT}}$$

➤ Pour que  $i(t)$  soit une solution de l'équation différentielle il suffit que :

$$B = \frac{E}{R_{TOT}} \text{ et } -\alpha \tau + 1 = 0 \quad \text{Alors} \quad \alpha = \frac{1}{\tau} \quad \text{et} \quad B = \frac{E}{R_{TOT}}$$

➡ Alors la solution devient

$$i(t) = A e^{-t/\tau} + \frac{E}{R_{TOT}}$$

#### ✚ Détermination de la constante A

➤ D'après les conditions initiales à la date  $t = 0$  l'intensité du courant dans la bobine est nulle :  $i(0) = 0$

$$i(0) = A + \frac{E}{R_{TOT}} = 0 \Rightarrow A = -\frac{E}{R_{TOT}}$$

Donc la solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme suivante

$$i(t) = \frac{E}{R_{TOT}} (1 - e^{-t/\tau}) \Rightarrow i(t) = I_0 \cdot (1 - e^{-t/\tau}) \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{L}{R_{TOT}} \quad \text{et} \quad I_0 = \frac{E}{R_{TOT}}$$

- Au moment où l'on ferme l'interrupteur, (à  $t = 0$ ) on a  $i(0) = 0$
- En régime permanent, à  $t > 5\tau$  (si  $t \rightarrow +\infty$ ) on a  $i(+\infty) = I_0 = E/Rt$

### 3 - La constante du temps $\tau$

#### a - Dimension de la constante de temps $\tau$

On a  $[\tau] = \frac{[L]}{[R]}$ , or  $[u_L] = [L] \cdot \frac{[i]}{[t]}$  et  $[R] = \frac{[u]}{[i]}$

Alors  $[\tau] = \frac{[u] \cdot [t] \cdot [i]}{[u] \cdot [i]} \Rightarrow [\tau] = \frac{[u] \cdot [t] \cdot [i]}{[u] \cdot [i]} \Rightarrow [\tau] = [t]$  d'où  $[\tau] = [t]$  ✓

- Donc La constante de temps a la dimension d'un temps. Son unité est la seconde (s).

#### b - Détermination de la constante du temps $\tau$

On a deux méthodes :

**Méthode 1 :** On calcule  $i(t = \tau)$ ,  $\tau$  est l'abscisse qui correspond à l'ordonnée  $0,63 \cdot I_0$

**Méthode 2 :** méthode graphique : on utilise la tangente à la courbe  $i(t)$  à la date  $t = 0$  et on détermine graphiquement le point d'intersection de cette tangente avec l'asymptote horizontale  $i = I_0 = E/Rt$

### 4 - L'expression de la tension aux bornes de la bobine

On sait que

$$u_L(t) + Ri(t) = E$$

$$u_L(t) + \frac{RE}{r+R}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = E \Rightarrow u_L(t) = E \left( 1 - \frac{R}{r+R}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \right)$$

On néglige la résistance de la bobine  $r$  devant  $R$  on a :

$$u_L(t) = E \left( 1 - \frac{R}{R}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \right) = E \left( 1 - (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \right) = E e^{-\frac{t}{\tau}}$$

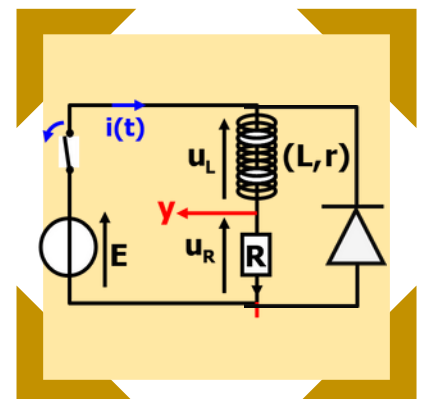
➡ Finalement on obtient  $u_L(t) = E e^{-\frac{t}{\tau}}$  ✓

### III - Rupture (Annulation) de courant

☛ On considère le montage suivant :

La diode n'est traversée par aucun courant (sens bloqué) à la fermeture de l'interrupteur. Lorsqu'on ouvre l'interrupteur, le circuit fermé (constitué par la bobine, la diode et le conducteur ohmique  $R$ ) peut permettre le passage du courant.

Le rôle du diode dans le circuit est pour protéger la bobine de la surtension qui peut apparaître à ces bornes lors de l'ouverture de l'interrupteur



#### 1 - Équation différentielle vérifiée par l'intensité $i$ du courant

☛ D'après la loi d'additivité des tensions on a :

$$u_L(t) + u_R(t) = 0 \Rightarrow Ri + ri + L \frac{di}{dt} = 0$$

Alors  $L \frac{di}{dt} + (r+R)i = 0 \Rightarrow \left( \frac{L}{r+R} \right) \frac{di}{dt} + i = 0$

On pose  $\tau = \frac{L}{r+R}$  donc l'équation différentielle est :  $\tau \frac{di}{dt} + i = 0$  ✓

## 2 - Solution De L'équation Différentielle :

➡ La solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme suivante  $i(t) = Ae^{-mt} + B$

Avec  $A, B$  et  $m$  sont des constantes.

### Détermination de B et m

En portant cette solution dans l'équation différentielle

$$\tau \frac{di}{dt} + i = -\tau m A e^{-mt} + A e^{-mt} + B = 0$$

$$= -A e^{-mt} (m\tau - 1) + B = 0$$

La solution de l'équation  $B = 0$  et  $m\tau - 1$

$$m = \frac{1}{\tau} = \frac{r+R}{L}$$

Finalement  $B = 0$  et  $m = \frac{1}{\tau} = \frac{r+R}{L}$

### Détermination de la constante A

D'après la condition initiale à  $t=0$  le courant est donc

$$i(t=0) = \frac{E}{r+R}$$

Alors

$$i(t=0) = \frac{E}{r+R} = A e^0 \Leftrightarrow A = \frac{E}{r+R}$$

➤ Donc la solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme suivante :

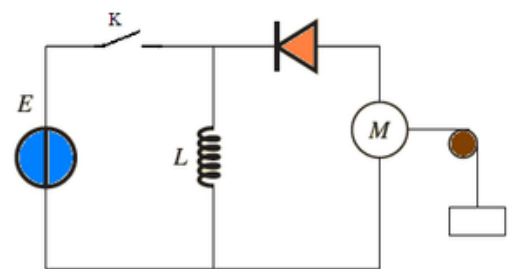
$$i(t) = \frac{E}{r+R} e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow i(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ Avec } I_0 = \frac{E}{R_{TOT}} \text{ et } \tau = \frac{L}{R_{TOT}}$$

## IV-L'énergie stockée dans une bobine

### 1-Expérience :

On réalise le montage expérimental suivant:

On ferme l'interrupteur  $k$  à l'instant  $t=0$ , un courant électrique traverse la bobine car la diode est bloquante, elle empêche le courant de passer dans le moteur puis on ouvre l'interrupteur, on constate que le moteur fonctionne et le corps suspendu au fil monte d'une hauteur  $h$ .



PROF  
ELZAAR

➡ La bobine a emmagasinée une énergie qui a été libérée lorsqu'on a ouvert le circuit. Le corps a reçu cette énergie électrique qui a été transformée en énergie potentielle pour le faire monter d'une hauteur  $h$ .

### 2 - L'expression de l'énergie emmagasinée dans une bobine

L'énergie magnétique emmagasinée dans une bobine d'inductance  $L$  parcourue par un courant électrique d'intensité  $i$  est donnée par la relation suivante :



$$E_m = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2$$

Avec

$E_m$  : énergie magnétique en (J).

$L$  : inductance de la bobine en (H)

$i$  : intensité du courant électrique en (A).



prof elzaar

حكمة اليوم

"الشخص الذي لم يرتكب أي خطأ لم يحاول  
أي شيء جديد." - ألبرت أينشتاين